



Создание физико-математической модели дистракционного остеогенеза с целью совершенствования лечения трансверзальных зубочелюстных аномалий в детском возрасте

Д.Р. Миннахметова¹, О.З. Топольницкий¹, А.Д. Дудецкий²,
И.М. Панченко³, Е.Е. Глухонемых², А.А. Баринава², Е.Е. Агошкова²,
А.М. Рябчикова³, А.А. Калитник³, И.А. Ходаковский³

¹Российский университет медицины, Москва, Российская Федерация

²МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Российская Федерация

³Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Москва, Российская Федерация

АННОТАЦИЯ

Актуальность. Большое разнообразие методов лечения зачастую ставит специалистов в тупик перед выбором тактики лечения пациента. Создание физико-математической модели позволило изучить биомеханику расширения верхней челюсти для проведения выбора правильной тактики лечения.

Материалы и методы. На основании анализа данных КТ челюстно-лицевой области разработан метод физико-математического моделирования дистракционного остеогенеза, предназначенный для изучения биомеханики расширения верхней челюсти и планирования оперативного вмешательства в рамках челюстно-лицевой хирургии.

Результаты. Создана физико-математическая модель дистракционного остеогенеза, отображающая биомеханику расширения верхней челюсти при проведении дистракционного остеогенеза, что позволило планировать оперативное вмешательство и учесть риск возникновения рецидива.

Закключение. Моделирование успешно применено для совершенствования лечения трансверзальных зубочелюстных аномалий в детском возрасте с применением метода дистракционного остеогенеза.

Ключевые слова: физико-математическая модель, дистракционный остеогенез, планирование оперативного вмешательства

Для цитирования: Миннахметова ДР, Топольницкий ОЗ, Дудецкий АД, Панченко ИМ, Глухонемых ЕЕ, Баринава АА, Агошкова ЕЕ, Рябчикова АМ, Калитник АА, Ходаковский ИА Создание физико-математической модели дистракционного остеогенеза с целью совершенствования лечения трансверзальных зубочелюстных аномалий в детском возрасте. *Стоматология детского возраста и профилактика*. 2025; 25(2):159-170. DOI: 10.33925/1683-3031-2025-910

***Автор, ответственный за связь с редакцией:** Миннахметова Диана Робертовна, кафедра детской челюстно-лицевой хирургии, Российский университет медицины, 127006, ул. Долгоруковская, д. 4, г. Москва, Российская Федерация. Для переписки: dianamin@mail.ru

Конфликт интересов: Топольницкий О. З. является заместителем главного редактора журнала «Стоматология детского возраста и профилактика», но не имеет никакого отношения к решению опубликовать эту статью. Статья прошла принятую в журнале процедуру рецензирования. Об иных конфликтах интересов авторы не заявляли.

Благодарности: Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования. Индивидуальные благодарности для декларирования отсутствуют.

Development of a physicomathematical model of distraction osteogenesis to improve the treatment of transverse dentofacial anomalies in pediatric patients

D.R. Minnakhmetova¹, O.Z. Topolnitsky¹, A.D. Dudetsky², I.M. Panchenko³, E.E. Glukhonemykh²,
A.A. Barinova², E.E. Agoshkova², A.M. Ryabchikova³, A.A. Kalitnik³, I.A. Khodakovskiy¹

¹Russian University of Medicine, Moscow, Russian Federation

²MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russian Federation

³Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

Relevance. The wide range of available treatment methods often complicates the selection of an appropriate therapeutic strategy. The developed physicomathematical model enabled investigation of maxillary expansion biomechanics and supported the selection of an appropriate treatment approach.

Materials and methods. Based on an analysis of craniofacial computed tomography (CT) data, a physicomathematical modeling method for distraction osteogenesis was developed to study the biomechanics of maxillary expansion and to facilitate surgical planning in maxillofacial surgery.

Results. A physicomathematical model of distraction osteogenesis was developed that simulates the biomechanics of maxillary expansion during the distraction process. This model supports surgical planning and enables assessment of relapse risk.

Conclusion. The proposed modeling approach proved effective in optimizing treatment planning for transverse dentofacial anomalies in pediatric patients undergoing distraction osteogenesis.

Keywords: physicomathematical model, distraction osteogenesis, surgical planning

For citation: Minnakhmetova DR, Topolnitsky OZ, Dudetsky AD, Panchenko IM, Glukhonemye EE, Barinova AA, Agoshkova EE, Ryabchikova AM, Kalitnik AA, Khodakovskiy IA. Development of a physicomathematical model of distraction osteogenesis to improve the treatment of transverse dentofacial anomalies in pediatric patients. *Pediatric dentistry and dental prophylaxis*. 2025;25(2):159-170. (In Russ.). DOI: 10.33925/1683-3031-2025-910

***Corresponding author:** Diana R. Minnakhmetova, Department of Pediatric Maxillofacial Surgery, Russian University of Medicine, Dolgorukovskaya St., 4, Moscow, Russian Federation, 127006. For correspondence: dianaminn@mail.ru

Conflict of interests: O. Z. Topolnitsky, the Deputy Editor-in-Chief of the journal *Pediatric dentistry and dental prophylaxis*, was not involved in the decision to publish this article. The article underwent the standard peer-review process of the journal. The authors have declared no other conflicts of interest.

Acknowledgments: The authors declare that there was no external funding for the study. There are no individual acknowledgments to declare.

ВВЕДЕНИЕ

В детском возрасте встречаемость зубочелюстных аномалий среди остальных патологий челюстно-лицевой области колеблется от 39 до 78%, по данным разных авторов. Трансверзальные зубочелюстные аномалии занимают от 8 до 47% от всех зубочелюстных аномалий в разные возрастные периоды. Аномалии в трансверзаной плоскости чаще всего представлены сужением верхней челюсти, нижней челюсти или же обеих челюстей. Немаловажным фактом является то, что трансверзальные зубочелюстные аномалии чаще идут в сочетании с другими плоскостями, а сочетанные зубочелюстные аномалии значительно усложняют диагностику и удлиняют план лечения данной группы пациентов [1, 2].

Существует много вариантов лечения трансверзальных зубочелюстных аномалий, что иногда вводит в ступор не только молодых врачей, но и опытных специалистов [3].

Выбор метода лечения необходимо проводить, опираясь на степень сужения челюсти и возраст пациента, а также стадию формирования срединного небного шва [4].

При наличии незначительного, до 5 мм, сужения верхней челюсти возможно проведение ортодонтического лечения с помощью брекет-системы, при этом расширение верхнего зубного ряда происходит за счет наклона зубов и удаления интактных зубов, увеличения трансверзальных размеров верхней челюсти не происходит, что не дает гарантию стабильности лечения [5, 6].

При сужении верхней челюсти более 5 мм выбор лечения следует производить, отталкиваясь от стадии формирования срединного небного шва. Существует пять стадий формирования срединного небного шва по доктору F. Angelieri (2013 г.) [7].

Так, на стадии формирования срединного небного шва А возможно расширение верхней челюсти при помощи ортодонтических аппаратов, здесь существуют методики быстрого и медленного небного расширения, которые подбираются индивидуально в зависимости от клинического случая. На всех последующих стадиях рекомендовано проведение комбинированного ортодonto-хирургического расширения верхней челюсти [8–10].

На стадиях формирования срединного небного шва В и С возможно проведение лечения с использованием ортодонтического аппарата с опорой на минивинты, при этом происходит разрыв срединного небного шва, расширение верхней челюсти частично происходит за счет увеличения трансверзальных размеров верхней челюсти, а также частично за счет наклона зубов [11–15].

Наибольшую сложность в лечении представляют стадии формирования срединного небного шва D и E ввиду расхождения мнений о тактике лечения данной группы пациентов. Ряд авторов рекомендует проведение малоинвазивного лечения на ортодонтических аппаратах с опорой на минивинты, другая группа авторов придерживается применения методики хирургически ассоциированного расширения верхней челюсти.

На кафедре детской челюстно-лицевой хирургии при лечении сужения верхней челюсти на стадиях фор-

мирования срединного небного шва D и E мы придерживаемся методики хирургически ассоциированного расширения верхней челюсти. Начинается лечение с проведения операции остеотомии верхней челюсти по Ле Фор 1 и срединному небному шву с использованием небного дистракционного аппарата «Конмет». На 7 сутки после операции начинается курс дистракции, через 1,5 месяца начинается ортодонтическое лечение, дистракционный аппарат стоит до окончания ретенционного периода (4–6 месяцев) [16–23].

Для подтверждения правильности выбора методики лечения пациентов со стадией формирования срединного небного шва D и E совместно с командой из университетов «МИРЭА – Российский технологический университет» и «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» была создана физико-математическая модель дистракционного остеогенеза с целью изучения биомеханики расширения верхней челюсти при данной методике лечения.

Цель исследования – создание физико-математической модели дистракционного остеогенеза для изучения биомеханики расширения верхней челюсти при методике лечения пациентов с трансверзальными зубочелюстными аномалиями.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Произведен анализ КТ челюстно-лицевой области 30 пациентов с трансверзальными зубочелюстными аномалиями, имеющих стадию формирования срединного небного шва D и E и пролеченных с применением хирургически ассоциированного расширения верхней челюсти на кафедре детской челюстно-лицевой хирургии Российского университета медицины за период с 2023 по 2024 гг. Анализировались КТ до начала лечения и через 6 месяцев по окончании ретенционного периода.

Разработан метод физико-математического моделирования дистракционного остеогенеза, предназначенный для изучения биомеханики расширения верхней челюсти и планирования оперативного вмешательства в рамках челюстно-лицевой хирургии.

До настоящего момента все попытки проведения численного физико-математического моделирования дистракционного остеогенеза сводились к использованию распространенных пакетов типа Comsol, Ansys и т. п. Расчет в этих пакетах не давал сходства с наблюдаемым процессом остеогенеза, в первую очередь – ввиду невозможности учета появления новых клеток костной ткани, меняющих свои прочностные свойства (описываемые модулем Юнга и коэффициентом Пуассона), а также ввиду чрезвычайной неустойчивости вычислительного процесса относительно начальных данных (что требует ручной настройки начальных условий перед запуском этапа численного моделирования).

Для преодоления этих сложностей был разработан метод статического численного решения уравнений Бельтрами – Митчелла (1), обладающий высокой сходимостью и устойчивостью относительно возмущений начальных данных.

$$(1+\nu)\nabla^2\sigma_{ik}+(\partial^2 I_{i\sigma})/(\partial x_1 \partial x_2) = 0 \quad (1)$$

Свойство устойчивости крайне важно с практической точки зрения, потому что исходными данными для расчета является компьютерная томография пациента. В то время как данные томографии имеют негладкую структуру, ввиду относительно невысокого разрешения современных томографов (относительно размеров образующихся клеток костной ткани в области остеотомии, таким образом, идет речь о значительном динамическом диапазоне модельной системы).

РЕЗУЛЬТАТЫ

Модуль расчета механических напряжений

Первоначально был построен программный модуль расчета механических напряжений. Была рассмотрена квазистационарная задача с начальными механическими напряжениями в нулевой момент времени заданными на границе. Решением квазистационарной задачи является равновесное положение системы, сходимость к которому достигается итерационным методом. После достаточного количества итераций было достигнуто стационарное решение. Пример работы программного модуля расчета механических напряжений представлен на кубике костной ткани (1 056,5754 HU) 9 x 9 x 9 мм. На паре противоположных граней кубика вдоль оси x начальными условиями были заданы параметры давления в 400 000 кПа в областях 5 на 5 мм. Данные давления возбуждали течение деформационного процесса (рис. 1а-в).

На рисунке 1 показано, что сдавливающее напряжение распространилось от границы, постепенно уравниваясь. Сосредоточенное в центре напряжение, наблюдаемое в компонентах тензора напряжений σ_{yy} и σ_{zz} , свидетельствовало о растяжении из центра кубика в сторону границы, что полностью соответствовало физическому процессу такого рода деформации.

Полученное стационарное решение было верифицировано с программой Comsol. Результат, полученный программным модулем расчета механических напряжений, совпадал с результатом, полученным в программе Comsol, даже при достаточно грубой сетке. При этом, в отличие от расчетной схемы Comsol-а, имеет место сильная устойчивость независимо от начальных данных и наличия в них шума. Этот факт позволял производить расчет напряжений в произвольной, сложной области, такой как, например, челюсть человека.

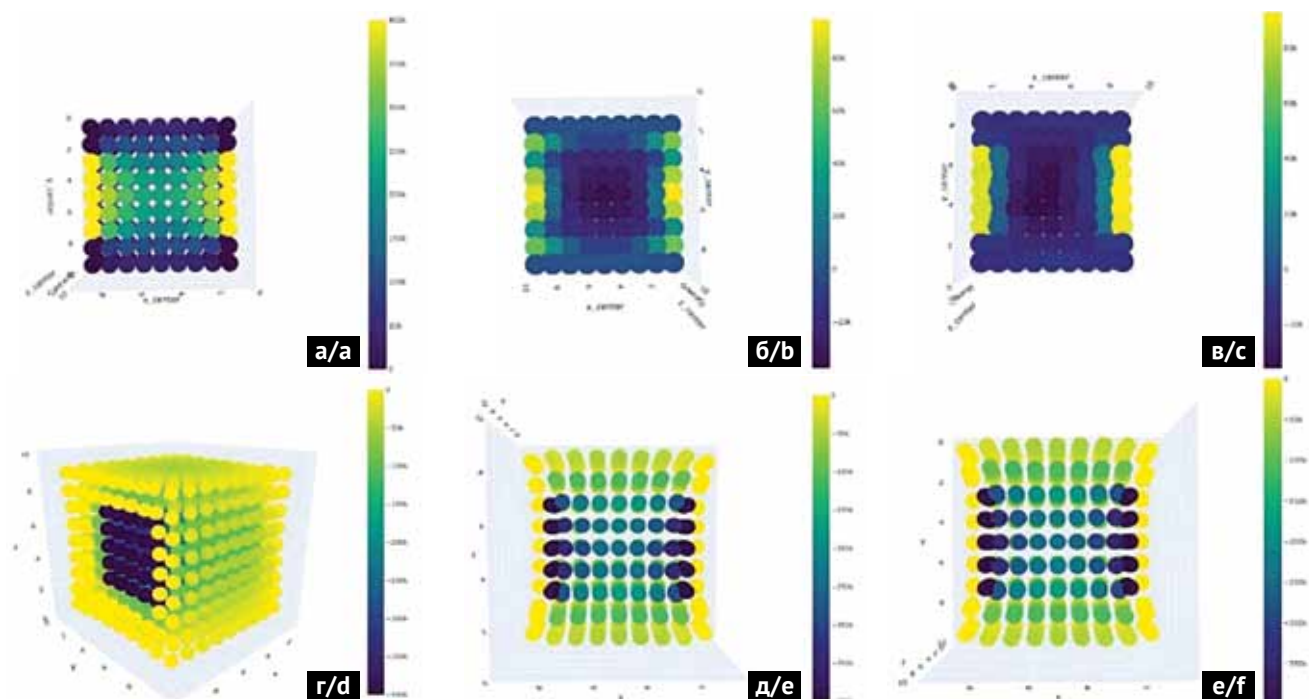


Рис. 1. Стационарная картина механических напряжений на кубике костной ткани и результат обработки кубика модулем расчета деформаций:

а – компонента σ_{xx} в разрезе вдоль оси z при $z = 5$; б – компонента σ_{yy} в разрезе вдоль оси z при $z = 5$;
в – компонента σ_{zz} в разрезе вдоль оси z при $z = 5$; г – общий вид обработанного кубика;
д – обработанный кубик в разрезе по оси y при $y = 5$; е – обработанный кубик в разрезе вдоль оси z при $z = 5$

Fig. 1. Steady-state distribution of mechanical stresses in a bone tissue cube and the output of the deformation calculation module:

а – σ_{xx} component in a cross-section along the z -axis at $z = 5$; б – σ_{yy} component in a cross-section along the z -axis at $z = 5$;
с – σ_{zz} component in a cross-section along the z -axis at $z = 5$; д – overall view of the processed cube;
е – processed cube in a cross-section along the y -axis at $y = 5$; ф – processed cube in a cross-section along the z -axis at $z = 5$

Таким образом, прошедший верификацию модуль позволил получить тензор механических напряжений в каждой точке пространства без необходимости задания дополнительных граничных условий и ручного подбора сетки.

Еще одной интересной особенностью данного модуля является то, что он позволяет рассматривать процесс распространения напряжений динамически во времени. Таким образом, нам доступна картина распространения напряжений в любом композитном объеме в различные кванты времени. Разработанная методика позволяет моделировать процесс дистракционного остеогенеза в динамике с произвольно заданным шагом по времени.

Модуль расчета деформаций

Далее был разработан модуль расчета деформаций (смещений). На основе напряжений с помощью обобщенного закона Гука [24] в тензорной форме был получен тензор деформаций в каждой точке костной ткани. Это позволило прибегнуть к решению системы Коши (2) в тензорной форме для расчета вектора деформаций.

$$u_{ik} = 1/2(\partial u_i / \partial x_k + \partial u_k / \partial x_i) \quad (2)$$

Вектор деформаций был необходим как для понимания состояния челюсти, так и для изменения ее линейных размеров после совершенной операции для дальнейшей дистракции. Система (2) решалась аналогичным с решением системы (1) методом. Итогом работы модуля является картинка деформированного под влиянием внешней силы тела произвольной формы.

Работа модуля расчета смещений была протестирована на том же кубике костной ткани 9 x 9 x 9 мм, на котором был посчитан тензор напряжений. Однако отметим, что для наглядности иллюстрации деформаций кубика была рассмотрена молодая, легко деформируемая кость (рис. 1г-е).

Как мы можем заметить, под влиянием внешнего давлением куб по направлению x подвергся сжатию, а по y и по z был выдавлен наружу.

Обработка медицинских входных данных

Предоставленные КТ пациентов перед оперативным вмешательством позволяли извлечь из них лишь информацию о плотности ткани по коэффициентам Хаунсфилда (3) [25, 26].

$$\rho(\text{г/см}^3) = \begin{cases} (HU + 1.4246) \times 0.001 / 1.0580, & \text{если } HU > -1 \\ 0, & \text{если } HU \leq -1 \end{cases} \quad (3)$$

В связи с этим возникала необходимость в обработке данных, в ходе которой были получены модули Юнга и коэффициенты Пуассона, соответствовавшие плотности в каждой точке исследуемого фрагмента челюсти. Они были рассчитаны в соответствии с линейно проинтерполированными значениями коэффициента Пуассона и модуля Юнга, соответствовавшего различным типам костной ткани человека. Для кортикальной кости плотность составила 1.8-2.0 (г/см³), модуль Юнга составил 10-20 ГПа, коэффициент Пуассона составил 0.28-0.32, для губчатой кости плотность составила 0.1-1.0 (г/см³), модуль Юнга – 0.1-2 ГПа, коэффициент Пуассона составил 0.20-0.25, для дентина плотность составила 2.1-2.3 (г/см³), модуль Юнга составил 15-25 ГПа, коэффициент Пуассона составил 0.23-0.30, для зубной эмали плотность составила 2.9-3.0 (г/см³), модуль Юнга составил 70-100 ГПа, коэффициент Пуассона составил 0.20-0.25.

В случае необходимости данные по константам из теории упругости можно изменить в соответствии с возрастом и физиологическими особенностями обследуемого пациента. В области разреза была смоделирована молодая костная ткань с малыми коэффициентами Пуассона и модулем Юнга. Начальные условия были заданы с помощью программного модуля «кисточки», описанного в конце работы.

Расчет напряжений на челюсти в процессе дистракции

После проведения начальных экспериментов и подготовки входных данных выполнено моделирование поля механических напряжений, вызываемых наложенным дистракционным аппаратом на кость верхней челюсти пациента.

С использованием программного модуля расчета механических напряжений и входных данных о пациенте было проведено численное моделирование, приведшее к стационарной картине механических напряжений после процесса дистракции. На рисунке 2 приведены компоненты тензора механических напряжений. После расчета механических напряжений более детально была изучена компонента σ_{xx} тензора напряжений в области хирургического разреза, заполненного молодой костной тканью ($x = -1$). Были построены графики, описывающие зависимость компоненты тензора σ_{xx} от координаты x при фиксированных координатах y, z (рис. 2).

Области повышенного и пониженного давления

По мере изучения полученных картин механических напряжений на челюсти были обнаружены следующие области повышенного (сжатие) и пониженного (растяжение) давлений (рис. 3).

Рисунки приведены в логарифмическом масштабе. На графиках области пониженного давления выделены горячими цветами, а области повышенного давления – холодными в соответствии с классической теорией упругости.

Как можно видеть, в области дистракции и в верхней части неба наблюдается повышенное механическое напряжение сжатия. Однако в области разреза присутствует область пониженного давления (растяжения), выделенная на рис. 5б, что соответствует процессу дистракции челюсти. Особое внимание стоит уделить темной области, в которой происходит ключевое растяжение при дистракции.

Расчет деформаций в челюсти

Наконец, с использованием данных о механических напряжениях в исследуемом объеме челюсти и программного модуля расчета смещений, выполнено численное моделирование деформаций в костной ткани. При расчете деформаций в силу итерационного процесса можем заметить постепенное нарастание нормы вектора деформации по мере проведения эксперимента.

Особую актуальность имеет изменение линейных размеров челюсти в области разреза. Для этого был разработан программный модуль, который рассчитывал относительное удлинение между двумя точками в небольшом удалении влево и вправо от области разреза ($x = -1$). Так как дистракция происходит вдоль оси x , отдельное внимание мы уделяем относительному удлинению именно по этой координате (рис. 4).

Здесь мы можем явно заметить постепенное изменение картины от малых деформаций до деформаций-растяжений в области разреза, сходящееся к слабо колеблющейся поверхности, вид которой свидетельствует о гладкой природе процесса растяжения при приближении к стационарному решению.

Учет роста костной ткани

Для описания процесса остеогенеза важным является учет вида костной ткани. Под воздействием высокого давления костная ткань подвергается редукции, а под воздействием растяжения, для уменьшения механического напряжения, костная ткань начинает активное деление. Для описания этого процесса был написан программный модуль репликации. Суть реализации этого программного модуля заключается в проверке значений векторов напряжения на каждом из вокселей и в последующем заключении об удалении или создании вокселей. Если вектор напряжения направлен из вокселя и его норма превышает определенный порог, заданный на основе известных значений, создается новый воксель, если же вектор напряжения направлен внутрь вокселя и его норма превышает определенный порог, также заданный на основе известных значений, тогда этот воксель подлежит удалению.

При создании вокселя он помечался как новый и на нем задавались известные значения плотности (плотность новой костной ткани), модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Данный этап описывает образование молодой, легко деформируемой костной ткани. В процессе происходит ремоделирование молодой костной ткани в зрелую, при этом костные

структуры меняют свои физические качества, например, становятся более плотными и менее подверженными деформациям.

Стоит отметить, что учитывается замена значений плотности, модуля Юнга, коэффициента Пуассона у

новых, появившихся на предыдущих этапах вокселей, на среднее значение этих величин по соседям вокселя, что симулирует процесс старения ткани. По завершении данного этапа получается окончательная смоделированная картина челюсти.

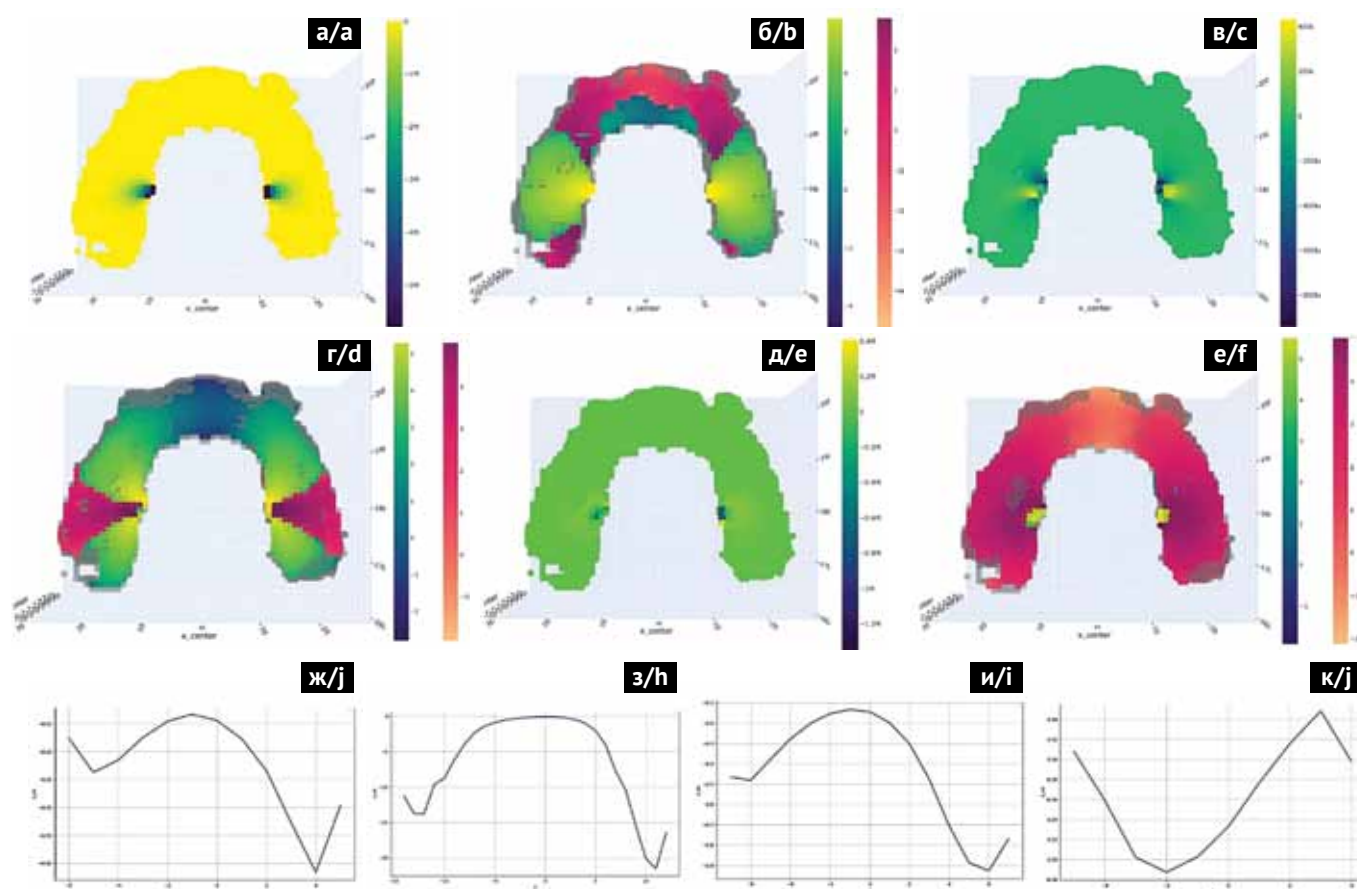


Рис. 2. Значение компонент тензора напряжений и зависимость компоненты тензора σ_{xx} от координаты x :

- а – значение компоненты тензора напряжений σ_{xx} при $z = -732$, шкала напряжений в Па;
- б – значение компоненты тензора напряжений σ_{xx} при $z = -732$, логарифмированная шкала для визуализации малых по модулю величин;
- в – значение компоненты тензора напряжений σ_{yy} при $z = -732$, шкала напряжений в Па;
- г – значение компоненты тензора напряжений σ_{yy} при $z = -732$, логарифмированная шкала для визуализации малых по модулю величин;
- д – значение компоненты тензора напряжений σ_{zz} при $z = -732$, шкала напряжений в Па;
- е – значение компоненты тензора напряжений σ_{zz} при $z = -732$, логарифмированная шкала для визуализации малых по модулю величин;
- ж – зависимость компоненты тензора σ_{xx} от координаты x при $y = -200, z = -731$;
- з – зависимость компоненты тензора σ_{xx} от координаты x при $y = -201, z = -729$;
- и – зависимость компоненты тензора σ_{xx} от координаты x при $y = -200, z = -731$;
- к – зависимость компоненты тензора σ_{xx} от координаты x при $y = -200, z = -731$

Fig. 2. Stress tensor components and the dependence of the σ_{xx} component on the x -coordinate:

- а – σ_{xx} component at $z = -732$, stress scale in Pa;
- б – σ_{xx} component at $z = -732$, logarithmic scale for visualizing values with small magnitudes;
- с – σ_{yy} component at $z = -732$, stress scale in Pa;
- д – σ_{yy} component at $z = -732$, logarithmic scale for visualizing values with small magnitudes;
- е – σ_{zz} component at $z = -732$, stress scale in Pa;
- ф – σ_{zz} component at $z = -732$, logarithmic scale for visualizing values with small magnitudes;
- г – dependence of the σ_{xx} component on the x -coordinate at $y = -200, z = -731$;
- h – dependence of the σ_{xx} component on the x -coordinate at $y = -201, z = -729$;
- и – dependence of the σ_{xx} component on the x -coordinate at $y = -200, z = -731$;
- ж – dependence of the σ_{xx} component on the x -coordinate at $y = -200, z = -731$

Визуализация данных и модуль задания начальных данных

Для визуализации каждого из этапов моделирования distraction челюсти был создан специальный модуль. Для каждой точки, содержащейся в рассматриваемом теле, строится сфера с центром в соот-

ветствующей координате. Цвет сферы определяется значением выбранной для визуализации величины: плотность; компонента тензора напряжений σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , σ_{xy} , σ_{xz} , σ_{yz} . Размеры сферы задаются пользователем на специальном слайдере. Тело можно рассмотреть в разрезе по любой координате при про-

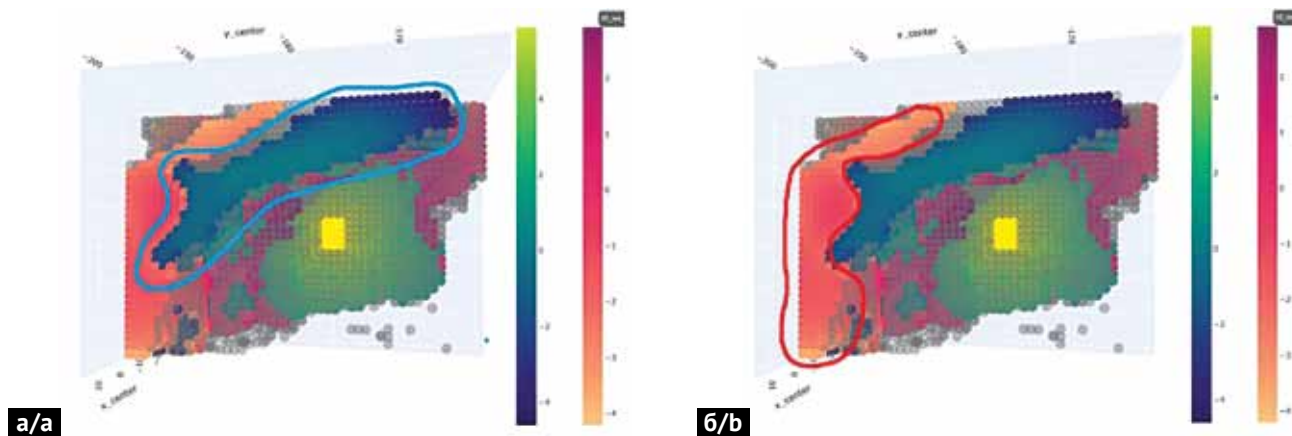


Рис. 3. Области повышенного (а) и пониженного (б) давления
Fig. 3. Regions of elevated (a) and reduced (b) pressure

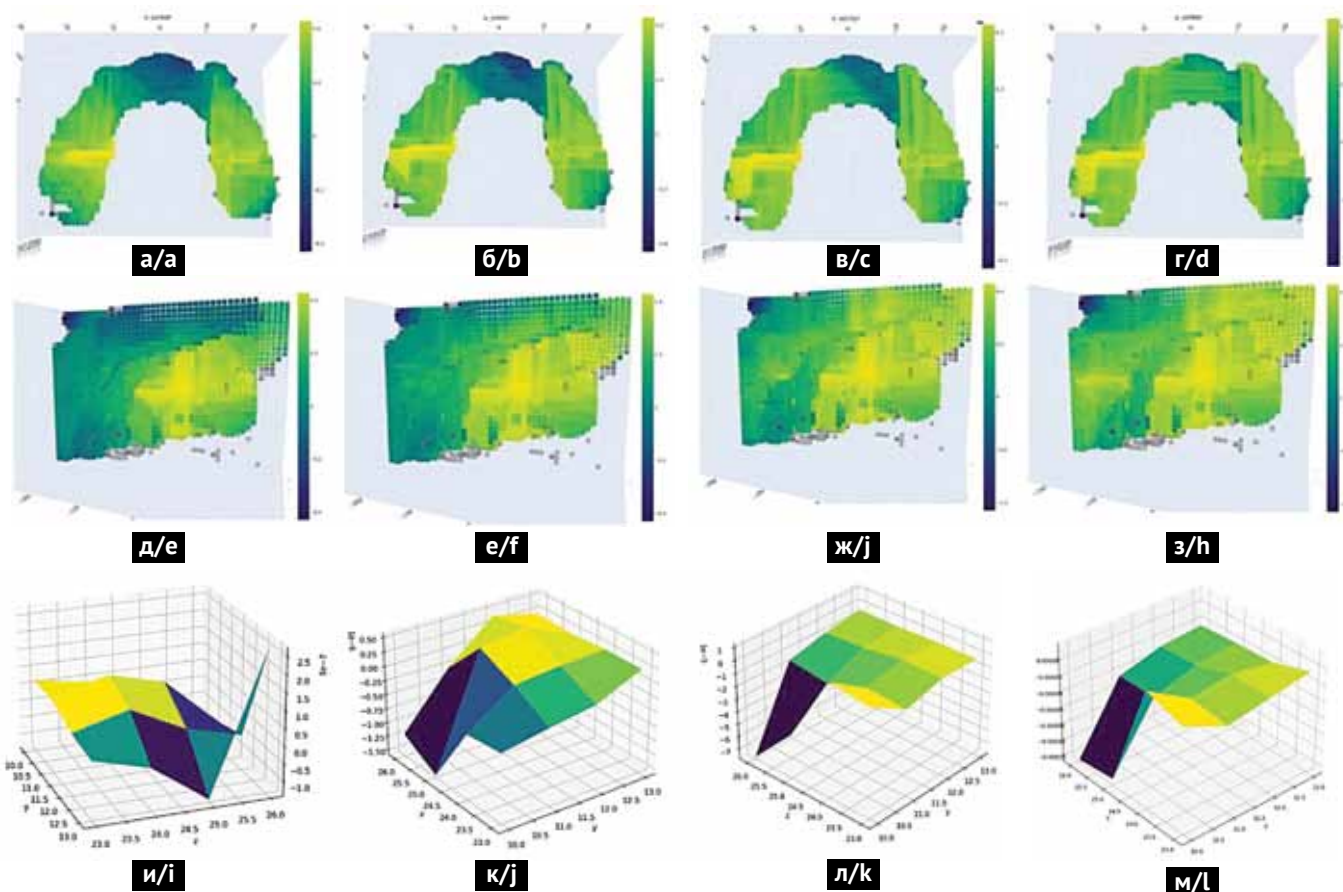


Рис. 4. Распространение нормы вектора деформации при $z = -732$ на а) 10; б) 20; в) 30; г) 40 итерации расчета, распространение нормы вектора деформации при $x = -1$ (вид на область разреза сбоку) на д) 10; е) 20; ж) 30; з) 40 итерации расчета,

а также относительное удлинение линейных размеров в области разреза на и) 10; к) 20; л) 30; м) 40 итерации расчета
Fig. 4. Distribution of the deformation vector norm at $z = -732$ at a) 10th; б) 20th; в) 30th; г) 40th iteration of the calculation, distribution of the deformation vector norm at $x = -1$ (side view of the cross-section) at е) 10th; ф) 20th; г) 30th; h) 40th iteration of the calculation, relative elongation of linear dimensions in the cross-section area at и) 10th; j) 20th; к) 30th; л) 40th iteration of the calculation

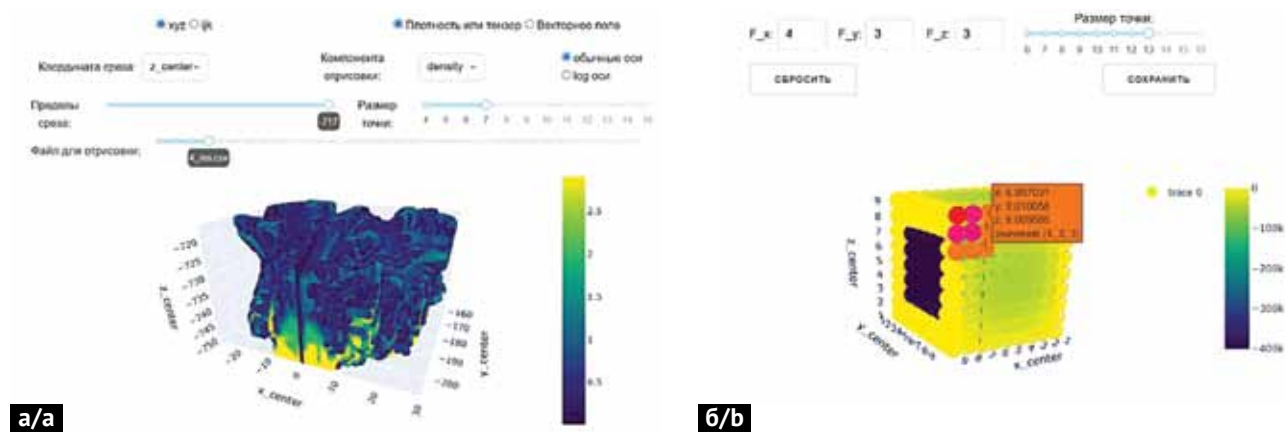


Рис. 5. Визуализация данных: а – пример визуализации, файл с данными о челюсти, компонента цвета – плотность; б – пример выбора точек с разными значениями давления на кубике

Fig. 5. Data visualization: а – visualization example using a jaw data file, color component represents density; б – example of selecting points with different pressure values on the cube

извольном значении. Для наблюдения изменений в динамике пользователь на специальном слайдере может выбрать нужный файл для визуализации.

Для выбора точек приложения начального внешнего давления и его величины был разработан модуль задания начальных данных. На экран выводится исследуемое тело, пользователь вводит значение давления в каждом из трех пространственных направлений, затем выбирает точку. Выделенная точка имеет контрастный окрас и при наведении на нее курсора выводит информацию о введенных значениях (рис. 5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлова АС, Юдинцев МА. Распространенность зубочелюстных аномалий и деформаций у детей и подростков в Российской Федерации. *Молодой ученый*. 2021;(21):148-151. Режим доступа: <https://moluch.ru/archive/363/81430/>
2. Гордина ГС, Глушко АВ, Клипа ИА, Дробышев АЮ, Серова НС, Фоминых ЕВ. Применение данных компьютерной томографии в диагностике и лечении пациентов с аномалиями зубочелюстной системы, сопровождающимися сужением верхней челюсти. *Медицинская визуализация*. 2014;(3):104-113. Режим доступа: <https://medvis.vidar.ru/jour/article/view/54/0>
3. Базан АА, Дробышева НС. Анализ данных литературы о методиках расширения верхней челюсти. *Эндодонтия Today*. 2024;22(3):259-265. doi: 10.36377/ET-0038
4. Лосев ФФ, Арсенина ОИ, Шугайлов ИА, Попова НВ, Махортова ПИ, Попова АВ. Алгоритмы ортодонтического лечения пациентов с сужением верхней челюсти на основании стадий формирования срединного небного шва. *Стоматология*. 2022;101(2):52-62. doi: 10.17116/stomat202210102152
5. Слабковская АБ. Принципы лечения трансверсальных аномалий окклюзии у детей. *Российская стоматология*. 2010;3(1):40-44. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23341238>
6. Слабковская АБ, Персин ЛС. Алгоритмы диагностики аномалий трансверсальной окклюзии. *Ортодонтия*. 2007;(3):79. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9606118>
7. Angelieri F, Cevidanes LH, Franchi L, Gonçalves JR, Benavides E, McNamara JA Jr. Midpalatal suture maturation: classification method for individual assessment before rapid maxillary expansion. *Am J Orthod Dentofacial Orthop*. 2013;144(5):759-769. doi: 10.1016/j.ajodo.2013.04.022
8. Андреищев АР, Мишустина ЮВ. Остеотомия срединного небного шва (щадящая остеотомия верхней челюсти). *Институт стоматологии*. 2013;(4):42-45. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22988414>
9. Кожевникова ЛА, Джабраилова ГД, Абдулкеримова СМ, Керимова КН, Пильщикова ОВ, Слонова ВМ, Геворкян АА. Сравнительный анализ методик расширения верхней челюсти с использованием ортодонтических аппаратов. *Эндодонтия Today*. 2019;17(4):58-62. doi: 10.36377/1683-2981-2019-17-4-58-62
10. Симакова АА, Гизоева ЕА, Гаспарян КА, Гржибовский АМ, Горбатова МА. Применение метода быстрого небного расширения в разных возрастных группах: обзор клинических случаев. *Наука и здраво-*

охранение. 2022;24(1):207-211.

doi: 10.34689/SH.2021.24.1.023

11. Попова НВ, Арсенина ОИ, Махортова ПИ, Попова АВ, Шугайлов ИА. Комбинированное ортодонто-хирургическое лечение взрослых пациентов с зубочелюстными аномалиями и деформациями зубных рядов. *Стоматология*. 2020;99(2):66-78.

doi: 10.17116/stomat20209902166

12. Токарев ИВ, Хомич АС. Особенности быстрого расширения верхней челюсти аппаратами с опорой на зубы. *Современная стоматология*. 2017;(3):4-7. Режим доступа:

<https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-bystrogo-rasshireniya-verhney-chelyusti-apparatami-s-oporoy-na-zuby>

13. Токарев ИВ, Хомич АС. Оценка параметров скелетного расширения верхней челюсти аппаратами с разными типами опоры. *Современная стоматология*. 2018;(2):44-50. Режим доступа:

<https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-parametrov-skeletnogo-rasshireniya-verhney-chelyusti-apparatami-s-raznym-tipom-opory>

14. Токарев ИВ, Хомич АС. Результаты клинического применения на костного экспандера для быстрого расширения верхней челюсти. *Стоматологический журнал*. 2018;19(4):294-298. Режим доступа:

<https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38186186>

15. Яременко АИ, Чибисова МА, Зубарева АА, Ланина АН, Пахомова НВ, Грачев ДИ. Минимально инвазивное хирургическое расширение верхней челюсти у взрослых пациентов за счет применения аппарата с на костной фиксацией. *Институт стоматологии*. 2022;(1):16-17. Режим доступа:

<https://elibrary.ru/item.asp?id=48213662>

16. Андреищев АР, Горбань ВВ, Рудоман СО, Гордин ГВ, Кривошеин ВВ. Хирургически ассоциированное расширение верхней и нижней челюстей в амбулаторных условиях. *Современная стоматология*. 2022;(4):31-36. Режим доступа:

<https://cyberleninka.ru/article/n/hirurgicheski-assotsiirovannoe-rasshirenie-verhney-i-nizhney-chelyustey-v-ambulatornyh-usloviyah>

17. Клипа ИА, Дробышев АЮ, Дробышева НС, Козлова АВ, Водахова АА. Хирургическое расширение верхней челюсти в комплексном лечении взрослых пациентов с гнатическими формами зубочелюстных аномалий. *Dental Forum*. 2012;(3):45-46. Режим доступа:

<https://elibrary.ru/item.asp?id=17735396>

REFERENCES

1. Mikhailova AS, Yuditsev MA. Prevalence of dental alveolar anomalies and deformities in children and adolescents in the Russian Federation. *Young Scientist*. 2021;(21):148-151 (In Russ.). Available from:

<https://moluch.ru/archive/363/81430/>

2. Gordina GS, Glushko AV, Klipa IA, Drobyshev AYU, Serova NS, Fomynikh EV. The Use of Computed Tomography Data in Diagnosis and Treatment of Patients with Malocclusion Accompanied by the Narrowing of the Maxilla. *Medical Visualization*. 2014;(3):104-113 (In Russ.). Available from:

18. Николаев АВ, Андреищев АР, Кутукова СИ. Сравнение биомеханики хирургически ассоциированного расширения неба при использовании дистракционных аппаратов с назубным и на костным типами фиксации. *Стоматология*. 2017;96(5):48-55.

doi: 10.17116/stomat201796548-55

19. Николаев АВ, Попов СА, Сатыго ЕА. Сравнение результатов аппаратно-хирургического расширения верхней челюсти с применением различных видов дистанционных аппаратов. *Институт стоматологии*. 2019;(4):62-63.

<https://instom.spb.ru/catalog/article/14161/>

20. Jensen T, Rodrigo-Domingo M. Surgically assisted rapid maxillary expansion (SARME) with or without intraoperative releasing of the nasal septum. *Oral Surg Oral Med Oral Pathol Oral Radiol*. 2017;123(3):e85-e90.

doi: 10.1016/j.oooo.2016.10.003

21. Kayalar E, Schauseil M, Kuvat SV, Emekli U, Firatlı S. Comparison of tooth-borne and hybrid devices in surgically assisted rapid maxillary expansion: A randomized clinical cone-beam computed tomography study. *J Craniomaxillofac Surg*. 2016;44(3):285-293.

doi: 10.1016/j.jcms.2015.12.001

22. Lariato L, Ferreira CE. Surgically-assisted rapid maxillary expansion (SARME): indications, planning and treatment of severe maxillary deficiency in an adult patient. *Dental Press J Orthod*. 2020;25(3):73-84.

doi: 10.1590/2177-6709.25.3.073-084.bbo

23. Pereira MD, de Abreu RA, Prado GP, Ferreira LM. Strategies for surgically assisted rapid maxillary expansion according to the region of transverse maxillary deficiency. *Int J Oral Maxillofac Surg*. 2012;Sep;41(9):1127-30.

doi: 10.1016/j.ijom.2012.03.028

24. Тарасюк ИА, Кравчук АС. Вычисление эффективных параметров упругости в среднем изотропных композиционных тел в случае записи закона Гука для тензора деформаций по Коши. *APRIORI. Серия: Естественные и технические науки*. 2015;(3):29. Режим доступа:

<https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23653191>

25. Arahira T, Todo M. Biomechanical Analysis of Jaw Bone with Cyst Using CT-Image Based Finite Element Method. *Dent Res Oral Health*. 2018;1(2):7-16.

doi: 10.26502/droh.002

26. Keyak JH, Rossi SA, Jones KA, Skinner HB. Prediction of femoral fracture load using automated finite element modeling. *J Biomech*. 1998;31(2):125-133.

doi: 10.1016/s0021-9290(97)00123-1

27. Keyak JH, Rossi SA, Jones KA, Skinner HB. Prediction of femoral fracture load using automated finite element modeling. *J Biomech*. 1998;31(2):125-133.

<https://medvis.vidar.ru/jour/article/view/54/0>

28. Bazan AA, Drobysheva NS. Analysis of literature about methods of maxillary expansion. *Endodontics To-*

day. 2024;22(3):259-265 (In Russ.).

doi: 10.36377/ET-0038

4. Losev FF, Arsenina OI, Shugaylov IA, Popova NV, Makhortova PI, Popova AV. Algorithms for orthodontic treatment of patients with maxillary constriction based on the stages of formation of the palatal suture. *Stomatology*. 2022;101(2):52-62 (In Russ.).

doi: 10.17116/stomat202210102152

5. Slabkovskaia AB. Principles of treatment for children with transversal abnormalities of occlusion. *Russian journal of stomatology*. 2010;3(1):40-44 (In Russ.). Available from:

<https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23341238>

6. Slabkovskaia AB, Persin LS. Algorithms for diagnosing anomalies of transversal occlusion. *Ortodontiya*. 2007;(3):79 (In Russ.). Available from:

<https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9606118>

7. Angelieri F, Cevitanes LH, Franchi L, Gonçalves JR, Benavides E, McNamara JA Jr. Midpalatal suture maturation: classification method for individual assessment before rapid maxillary expansion. *Am J Orthod Dentofacial Orthop*. 2013;144(5):759-769.

doi: 10.1016/j.ajodo.2013.04.022

8. Andreishchev AR, Mishustina JV. Osteotomy of the median palatine suture (sparing osteotomy in the maxilla). *The Dental Institute*. 2013;(4):42-45 (In Russ.). Available from:

<https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22988414>

9. Kozhevnikova LA, Dzhabrailova GD, Abdulkerimova SM, Kerimova KN, Pilshchikova OV, Slonova VM, Gevorkyan AA. Comparative analysis of maxillary expansion techniques using orthodontic appliances. *Endodontics Today*. 2019;17(4):58-62 (In Russ.).

doi: 10.36377/1683-2981-2019-17-4-58-62

10. Simakova AA, Gizoeva EA, Gasparyan KA, Gribovski AM, Gorbato MA. Rapid maxillary expansion in different age-groups: a case-series presentation. *Science & Healthcare*. 2022;24(1):207-211 (In Russ.).

doi: 10.34689/SH.2021.24.1.023

11. Popova NV, Arsenina OI, Makhortova PI, Popova AV, Shugaylov IA. Complex orthodontic-surgical rehabilitation of adults with malocclusions and deformations in dentition. *Stomatology*. 2020;99(2):66-78 (In Russ.).

doi: 10.17116/stomat20209902166

12. Takarevich IV, Khomich AS. Effects of tooth-borne rapid maxillary expansion. *Sovremennaya stomatologiya*. 2017;(3):4-7 (In Russ.). Available from:

<https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-bystrogo-rasshireniya-verhney-chelyusti-apparatami-s-oporoy-na-zuby>

13. Takarevich IV, Khomich AS. Evaluation of parameters of skeletal maxillary expansion achieved with tooth- and bone-borne expanders. *Sovremennaya stomatologiya*. 2018;(2):44-50 (In Russ.). Available from:

<https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-parametrov-skeletnogo-rasshireniya-verhney-chelyusti-apparatami-s-raznym-tipom-opory>

14. Takarevich I, Khomich A. Results of clinical application of bone-borne maxillary expander. *Stomatologicheskij*

zhurnal. 2018;19(4):294-298 (In Russ.). Available from:

<https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38186186&>

15. Yaremenko AI, Chibisova MA, Zubareva AA, Lanina AN, Pakhomova NV, Grachev DI. Minimally invasive surgical expansion of the upper jaw in adult patients using a device with bone fixation. *The Dental institute*. 2022;(1):16-17 (In Russ.). Available from:

<https://elibrary.ru/item.asp?id=48213662>

16. Andreishchev AR, Gorban VV, Rudoman SO, Godin GV, Krivoshein VV. Surgically associated expansion of the maxilla and mandible in the outpatient clinic. *Sovremennaya stomatologiya*. 2022;(4):31-36 (In Russ.). Available from:

<https://cyberleninka.ru/article/n/hirurgicheski-asotsiirovannoe-rasshirenie-verhney-i-nizhney-chelyustey-v-ambulatornyh-usloviyah>

17. Klipa IA, Drobyshev AY, Drobysheva NS, Kozlova AV, Vodakhova AA. Surgical expansion of the maxilla in the complex treatment of adult patients with gnathic forms of dentoalveolar anomalies. *Dental Forum*. 2012;(3):45-46. Available from:

<https://elibrary.ru/item.asp?id=17735396>

18. Nikolaev AV, Andreishchev AR, Kutukova SI. Comparative biomechanical study of surgically assisted rapid palatal expansion with tooth-borne and bone-borne expanders. *Stomatology*. 2017;96(5):48-55 (In Russ.).

doi: 10.17116/stomat201796548-55

19. Nikolaev AV, Popov SA, Satygo EA. Comparison of the surgically assisted rapid palatal expansion results using different types of expansion appliances. *The Dental institute*. 2019;(4):62-63 (In Russ.). Available from:

<https://instom.spb.ru/catalog/article/14161/>

20. Jensen T, Rodrigo-Domingo M. Surgically assisted rapid maxillary expansion (SARME) with or without intraoperative releasing of the nasal septum. *Oral Surg Oral Med Oral Pathol Oral Radiol*. 2017;123(3):e85-e90

doi: 10.1016/j.oooo.2016.10.003

21. Kayalar E, Schauseil M, Kuvat SV, Emekli U, Firatlı S. Comparison of tooth-borne and hybrid devices in surgically assisted rapid maxillary expansion: A randomized clinical cone-beam computed tomography study. *J Craniomaxillofac Surg*. 2016;44(3):285-293.

doi: 10.1016/j.jcms.2015.12.001

22. Lariato L, Ferreira CE. Surgically-assisted rapid maxillary expansion (SARME): indications, planning and treatment of severe maxillary deficiency in an adult patient. *Dental Press J Orthod*. 2020;25(3):73-84.

doi: 10.1590/2177-6709.25.3.073-084.bbo

23. Pereira MD, de Abreu RA, Prado GP, Ferreira LM. Strategies for surgically assisted rapid maxillary expansion according to the region of transverse maxillary deficiency. *Int J Oral Maxillofac Surg*. 2012;Sep;41(9):1127-30.

doi: 10.1016/j.ijom.2012.03.028

24. Tarasyuk IA, Kravchuk AS. Calculation of effective elastic parameters for isotropic composite body in the case of application of Hooke's law for the cauchy strain tensor. *APRIORI. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki*. 2015;(3):29 (In Russ.). Available from:

<https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23653191>

25. Arahira T, Todo M. Biomechanical Analysis of Jaw Bone with Cyst Using CT-Image Based Finite Element Method. *Dent Res Oral Health*. 2018;1(2):7-16.
doi: 10.26502/droh.002

26. Keyak JH, Rossi SA, Jones KA, Skinner HB. Prediction of femoral fracture load using automated finite element modeling. *J Biomech*. 1998;31(2):125-133.
doi: 10.1016/s0021-9290(97)00123-1

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Автор, отвечающий за связь с редакцией

Миннахметова Диана Робертовна, аспирант кафедры детской челюстно-лицевой хирургии Российского университета медицины, Москва, Российская Федерация

Для переписки: dianaminn@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1393-342X>

Топольницкий Орест Зиновьевич, заслуженный врач РФ, доктор медицинских наук, профессор, заведующий кафедрой детской челюстно-лицевой хирургии Российского университета медицины, Москва, Российская Федерация

Для переписки: proftopol@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3896-3756>

Дудецкий Антон Дмитриевич, студент кафедры высшей математики института искусственного интеллекта (ИИИ) МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Российская Федерация

Для переписки: dydantondm@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-4986-1031>

Панченко Ирина Михайловна, инженер-исследователь особого конструкторского бюро №1 Московского физико-технического института (национальный исследовательский университет), Москва, Российская Федерация

Для переписки: parnova.irina@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3205-0569>

Глухонемых Елизавета Евгеньевна, студент кафедры высшей математики института искусственного интеллекта (ИИИ) МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Российская Федерация

Для переписки: ee_gl@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-5311-115X>

Баринова Александра Александровна, студент кафедры высшей математики института искусственного интеллекта (ИИИ) МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Российская Федерация

Для переписки: barinovaalexandra@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-4983-231X>

Агошкова Елена Евгеньевна, студент кафедры высшей математики института искусственного интеллекта (ИИИ) МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Российская Федерация

Для переписки: ele.agoshkova@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-0789-4913>

Рябчикова Анна Михайловна, сотрудник кафедры электрической робототехники Московского физико-технического института (национальный исследовательский университет), Москва, Российская Федерация

Для переписки: ryabchikova.am@mipt.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-9116-6515>

Калитник Алина Алексеевна, студент кафедры биофизики Физтех-школы физики и исследований имени Ландау (ЛФИ) Московского физико-технического института (национальный исследовательский университет), Москва, Российская Федерация

Для переписки: kalitnik.aa@phystech.edu

ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-6152-7614>

Ходаковский Игорь Александрович, руководитель проектов особого конструкторского бюро №1 Московского физико-технического института (национальный исследовательский университет), Москва, Российская Федерация

Для переписки: mipt05@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-1481-080X>

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Corresponding author:

Diana R. Minnakhmetova, DDS, PhD student, Department of the Pediatric Maxillofacial Surgery, Russian University of Medicine, Moscow, Russian Federation

For correspondence: dianaminn@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1393-342X>

Orest Z. Topolnitsky, DDS, PhD, DSc, Professor, Honored Doctor of the Russian Federation Head of the Pediatric Maxillofacial Surgery, Russian University of Medicine, Moscow, Russian Federation

For correspondence: proftopol@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3896-3756>

Anton D. Dudetsky, student, Department of the Higher Mathematics, Institute of Artificial Intelligence (III), MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russian Federation

For correspondence: dydantondm@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-4986-1031>

Irina M. Panchenko, Research Engineer, Special Design Bureau No.1, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Moscow, Russian Federation

For correspondence: parnova.irina@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3205-0569>

Yelizaveta E. Glukhonemykh, student, Department of the Higher Mathematics, Institute of Artificial Intelligence (III), MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russian Federation

For correspondence: ee_gl@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-5311-115X>

Alexandra A. Barinova, Student, Department of the Higher Mathematics, Institute of Artificial Intelligence (III), MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russian Federation

For correspondence: barinovaaalexandra@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-4983-231X>

Elena E. Agoshkova, student, Department of the Higher Mathematics, Institute of Artificial Intelligence (III), MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russian Federation

For correspondence: ele.agoshkova@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-0789-4913>

Anna M. Ryabchikova, Staff Member, Department of Electrical Robotics, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Moscow, Russian Federation

For correspondence: ryabchikova.am@mpt.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-9116-6515>

Вклад авторов в работу. Все авторы подтверждают соответствие своего авторства международным критериям ICMJE, а также согласны принять на себя ответственность за все аспекты работы: Миннахметова Д. Р. – написание черновика рукописи, визуализация; Топольницкий О. З. – административное руководство исследовательским проектом, научное руководство; Дудецкий А. Д. – разработка программного обеспечения, написание черновика рукописи, проведение исследования; Панченко И. М. – разработка методологии; Глухонемых Е. Е. – проведение исследования, визуализация; Барина А. А. – написание черновика рукописи, проведение исследования; Агошкова Е. Е. – проведение исследования; Рябчикова А. М. – курирование данных; Калитник А. А. – проведение исследования; Ходаковский И. А. – административное руководство исследовательским проектом, научное руководство.

Alina A. Kalitnik, student, Department of the Biophysics, Landau School of Physics and Research, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Moscow, Russian Federation,

For correspondence: kalitnik.aa@phystech.edu

ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-6152-7614>

Igor A. Khodakovsky, Project Manager, Special Design Bureau No.1, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Moscow, Russian Federation

For correspondence: mipt05@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-1481-080X>

Поступила / Article received 13.04.2025

Поступила после рецензирования / Revised 07.05.2025

Принята к публикации / Accepted 16.05.2025

Authors' contribution. All authors confirm that their contributions comply with the international ICMJE criteria and agrees to take responsibility for all aspects of the work: Minnakhmetova D. R. – writing – original draft preparation, visualization; Topolnitsky O. Z. – project administration, supervision; Dudetsky A. D. – writing – original draft preparation, investigation; Panchenko I. M. – methodology; Glukhonemykh Ye. E. – investigation, visualization; Barinova A. A. – writing – original draft preparation, investigation; Agoshkova E. E. – investigation; Ryabchikova A. M. – data curation; Kalitnik A. A. – investigation; Khodakovsky I. A. – project administration, supervision.